Пречистенская средняя школа

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | Утверждена приказомдиректора школы№ 115 от 03.09.2020 г. |

**Естественнонаучная направленность**

Программа дополнительного образования

 **«Математическая школа» (3 год обучения)**

Для детей и подростков от 11 до 14 лет

Срок реализации 3 года

Составитель: учитель математики Жукова Ольга Петровна

п. Пречистое

2020-2021 учебный год

**Пояснительная записка**

Для жизни в современном обществе важным является формирование математического мышления, проявляющегося в определенных умственных навыках.

Как известно, устойчивый интерес к математике начинает формироваться в 11-14 лет. Но это не происходит само собой: для того, чтобы ребёнок начал всерьёз заниматься математикой, необходимо, чтобы на предыдущих этапах он почувствовал, что размышления над трудными, нестандартными задачами могут доставлять удовольствие. Достижению данных целей способствует дополнительное образование. Обучение в детском объединении позволяет не только углублять знания воспитанников в предметной области, но и способствует развитию их дарований, логического мышления, расширяет кругозор. Кроме того, обучение имеет большое воспитательное значение, ибо цель обучения не только в том, чтобы осветить какой-либо узкий вопрос, но и в том, чтобы заинтересовать воспитанников предметом, вовлечь их в серьезную самостоятельную работу. В процессе математической деятельности в арсенал приемов и методов мышления естественным образом включается индукция и дедукция, обобщение и конкретизация, анализ и синтез, классификация и систематизация, абстрагирование и аналогия.

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математическая школа» разработана на основе примерной программы по математике основного общего образования с учётом требований федерального компонента государственного стандарта и авторских программ:

 Ю. В. Богомолов, С. Г. Волчѐнков, И. С. Кащенко, И. Е. Преображенский. Дополнительная образовательная программа математических объединений: Первый год обучения – Ярославль, 2014.

Ю. В. Богомолов, С. Г. Волчѐнков, И. С. Кащенко, И. Е. Преображенский. Дополнительная образовательная программа математических объединений: Второй год обучения – Ярославль, 2014.

Ю. В. Богомолов, С. Г. Волчѐнков, И. С. Кащенко, И. Е. Преображенский. Дополнительная образовательная программа математических объединений: Третий год обучения – Ярославль, 2015.

**Цель реализации программы**: создание условий для творческого, интеллектуального развития, воспитания общей и математической культуры, формирования профессиональных компетенций, создания базы дляболее эффективного изучения предметов естественнонаучного цикла.

Для достижения поставленной цели необходимо решения ряда образовательных, воспитательных и развивающих задач:

*1. образовательные:*

– формирование и развитие у учащихся интереса к математике и в целом к естественнонаучным знаниям;

– активизация познавательной деятельности; углубление и расширение знанийучащихся по математике;

– формирование математического языка и математического аппарата как средства описания и исследования окружающего мира;

– развитие способности глубоко, систематически и самостоятельно разбираться всложных математических проблемах;

– формирование и развитие нестандартного, основанного на глубоких научных понятиях мышления;

– формирование и закрепление представлений об основных принципах научности и доказательности в математике.

*2. воспитательные задачи:*

– воспитание понимания роли математики в современном мире, осознания еенеобходимости как элемента культуры, социальной, личной и профессиональной компетентности;

– развитие критичности мышления,

– воспитание самодисциплины, настойчивости, целеустремленности;

– воспитание математической культуры, в том числе как части общечеловеческой культуры.

*3. развивающие задачи:*

– развитие логического, алгоритмического и эвристического мышления, необходимыхдля полноценного функционирования в современном обществе и являющихся основой профессиональных математических компетенций;

– развитие элементов алгоритмической культуры, пространственных представлений,интуиции, математического кругозора.

Перечисленные задачи, даже с учётом условного их разделения на три категории, предполагают комплексное их решение в рамках предложенной программы.

Данная программа имеет **естественнонаучную направленность**. Она предполагает изучение материала, относящегося к внепрограммному курсу математического образования детей среднего школьного возраста. Программа модифицированная.

**Актуальность программы** связана с президентскими инициативами и стратегическими ориентирами государственной политики в области математического образования, которые отражены в положениях Концепции развития математического образования в Российской Федерации (утв. распоряжением Правительства Российской Федерации от 24 декабря 2013 г. N 2506-р).

Возросшая роль математических знаний, логического стиля мышления, математической культуры, стремительная математизация и информатизация многих сфер человеческой деятельности требует уделять особое внимание математическому образованию школьников. Развитие математических компетенций школьников, их специфических логических и алгоритмических навыков, умственной (в том числе, математической) культуры будет наиболее эффективным при соответствующей поддержке, которую школьник получает в системе дополнительного образования.

Актуальность программы в первую очередь обусловлена необходимостью поддержки наиболее способных учеников средних классов, потенциально имеющих естественнонаучные наклонности. Также программа решает задачи выявления школьников, интересующихся математикой и естественнонаучными дисциплинами, и привлечения их к систематическим занятиям в системе дополнительного образования. Предложенная программа в первую очередь должна обеспечивать доступность дополнительного математического образования, создание условий для развития школьников, поддержки их интереса к математике и другим естественнонаучным дисциплинам и областям знания.

**Новизна и отличительные особенности программы**

Ключевой особенностью программы являются специфические тематические разделы, не затрагиваемые в школьном курсе математики, но имеющие важное теоретическое и прикладное значение. Иначе говоря, это попытка перенести основную структуру существующих программ дополнительного образования для высокомотивированных школьников с высоким начальным уровнем на более широкую аудиторию учащихся, заинтересованных в дополнительных занятиях математикой.

**Педагогическая целесообразность программы**

Программа естественным образом дополняет школьный курс обучения, ориентируясь в большей степени не на алгоритмичность работы с математическими структурами и выполнения математических операций, а на изучение общих методов, идей и принципов решения математических задач.Программа включает новые области знания, расширяющие кругозор и дающие представления о системе естественнонаучных знаний и об основных принципах научности.Программа стимулирует инициативу и самостоятельность учащихся, в умственном и личном развитии способствует реализации творческих способностей, соответствует познавательным интересам и индивидуальным образовательным запросам учащихся.

**Целевая аудитория программы**

Программа рассчитана на интересующихся математикой учащихся 5,6,7 классов общеобразовательных учреждений. Жесткие требования к необходимому начальному уровню обучающихся отсутствуют, для понимания содержательной части тематических разделов программы вполне достаточно успешного освоения программы начальной школы. Реализация программы предполагает хороший уровень начальной математической подготовки в объёме программы общеобразовательной школы для соответствующего возраста, а так же умения логически рассуждать.

Программа ориентирована на подготовку школьников к реальной практической деятельности, научно-исследовательской работе, на создание своеобразной коммуникативной среды, способствующей саморазвитию и реализации творческого потенциала.

**Сроки реализации программы и режим занятий**

Продолжительностьобучения по программе составляет три года. Минимальная индивидуальная нагрузка для прохождения базового курса 1 час в неделю. Предусмотренная программой нагрузка для полного успешного прохождения базового курса:

1-й год обучения: занятия продолжительностью 1 час в неделю – итого в год 34 часа;

2-й год обучения: продолжительностью 1 час в неделю – итого в год 34 часа;

3-й год обучения - продолжительностью 1 час в неделю – итого в год 34 часа.

Увеличение нагрузки возможно за счёт проведения дополнительных курсов, реализованных в виде дополнительных занятий или математических соревнований.

Занятия выстроены с учетом здоровьесберегающих технологий: сменой деятельности, гигиенической паузой.

**Методическое обеспечение образовательной программы и условия реализации программы**

Предлагаемая программа предусматривает: теоритические занятия, практические занятия, самостоятельные занятия школьников.

Теоритические занятия состоят из лекций и самостоятельной работы с теоретическим материалом. В основе практических занятий лежит индивидуальное выполнение различных заданий, направленных преимущественно на решение математических задач, а так же проведение групповых обсуждений и консультаций. Также практическая составляющая обогащена активными формами обучения, участие школьников в личных математических соревнованиях, имитирующих научно-исследовательскую деятельность и прививающих умение и навыки, свойственные будущей научной работе. Усиление научного содержания программы требует также систематического использования исследовательского метода в обучении, его следует рассматривать как такую организацию занятий, при которой учащиеся осознают огромную значимость изучаемой проблемы, пользуются методами, понятиями для решения поставленной проблемы.

В основу реализации данной программы положены следующие основные принципы:

- изучение новых областей математики, овладение научными умениями и навыками производится в предложении строгой логической обоснованности переходов от одного раздела математики к другому, что составляет принцип систематичности и последовательности;

- в ходе занятий учащимся сообщаются знания, основанные на проверенных и обоснованных положениях, фактах, теориях, что является важнейшей составляющей принципа научности;

-принцип сознательности и активности, предполагающий понимание учащимися смысла усваимой информации, цели и значимости учебной деятельности.

В процессе обучения используются все известные методы обучения, организации и осуществления учебной деятельности, стимулирования, приемлемые в системе дополнительного образования детей. Совокупность методов обучения и развития отбирается для каждого занятия в индивидуальном порядке.

Для успешной реализации программы необходимы следующие материально-технические условия:

кабинет, отвечающий требованиям санпина по освещенности и оснащенный партами и стульями по возрасту и классной доской, компьютер, мультимедийный проектор, демонстрационный экран.

Дидактический материал: учебная, методическая литература, словари, мультимедийные презентации, подборка

**Планируемые результаты освоения учащимися содержания программы**

Предполагаемыми результатами реализации программы являются:

– развитие интереса к математике, активизация познавательной деятельности, интерес к продолжению дополнительных систематических занятий математикой;

– формирование математических компетенций, овладение новыми идеями и методами решения математических задач;

– развитие первичных навыков научной математической деятельности;

– повышение общего интеллектуального и математического уровня обучающихся;

–развитие математической интуиции, логического мышления и развитие математической культуры;

– формирование умений адекватного и эффективного применения изученных методов и принципов в решении практических задач, а также умения представления достигнутых результатов в сочетании с их обсуждением.

**Формы обучения и контроля**

В процессе изучения материала используются как традиционные формы обучения, так и самообразование, саморазвитие учащихся посредством самостоятельной работы с информационным и методическим материалом.Предлагаются следующие формы организации обучения: индивидуальная, групповая, коллективная, взаимное обучение, самообучение, саморазвитие.Эффективность обучения отслеживается следующими формами контроля:текущий контроль, итоговый контроль.

Программой предусмотрено проведение лекционных, практических занятий, выполнение контрольных работ, проведение математических соревнований. Текущий контроль усвоения материала осуществляется на основе проверочных, контрольных работ тестов. Предусматривается дифференцированный итоговый контроль: итоговая контрольная работа, очный зачёт, математические олимпиады различного уровня.

**Содержание курса 1 год обучения**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Наименование раздела** | **Кол-во часов** | **Содержание раздела** | **Основные виды учебной деятельности** |
| ***Общие принципы решения математических задач*** | **4** | Ситуации, их анализ. Логический вывод. Предположения, метод от противного. Перебор возможностей.Примеры и контрпримеры. | Учащиеся знакомятся с основными (общими) принципами решения математических задач, осознают необходимость обоснования математических утверждений, приобретают опыт образного и предметно-манипулятивного конструирования. В ходе лекционных занятий учащиеся осваивают основные логические схемы рассуждения, закрепляя их при решении практических задач с устным изложением решений. В ходе практических занятий учащимся предлагаются задачи на полный перебор случаев, возможностей, комбинаций, на конструирование примеров и контрпримеров, на логический вывод и логическое обоснование выдвигаемых гипотез. Общие принципы решения задач иллюстрируются при решении логических практических задач на работу с истинными и ложными высказываниями, утверждениями. Допускается рассмотрение текстовых задач, типичных (по структуре) для стандартного школьного курса – на движение, на работу, на подсчет объектов, – но с необычной формулировкой или возможной оригинальной идеей решения. |
| ***Логика*** | **5** | Высказывания, их истинность и ложность. Операции над высказываниями.Логический вывод, предположения, противоречия, метод от противного.Полный перебор возможностей.Метод предположений. Правила логического вывода.Упорядочение перебора вариантов: деревья вариантов, таблицы истинности. | Повторяются и обсуждаются общие принципы решения математических задач, подчеркивается необходимость обоснования математических утверждений, актуализируются понятия частного и общего случая, закрепляется понимание различий между доказательством и проверкой на частных примерах. Формируются навыки работы с основными логическими конструкциями, такими как следствие, равносильность, необходимость, достаточность, существование, всеобщность. Логические понятия, связки, схемы рассуждения, общие принципы решения задач и доказательств, полученные на лекционных занятиях, закрепляются при решении практических задач с устным или письменным изложением решений. На практических занятиях предлагаются задачи на логический вывод и логическое обоснование выдвигаемых гипотез, полный перебор комбинаций истинности и ложности высказываний. Общие свойства операций над высказываниями и правила корректного логического вывода закрепляются при решении и обсуждении логических задач. |
| ***Четность и чередование*** | **3** | Чередование. Четные и нечетные числа. Свойства четных и нечетных чисел. Разбиение на пары, соответствия. | Изучаются простейшие свойства делимости (на примере делимости на 2), понятие четности рассматривается на наглядных примерах (как способность к разбиению на пары, возможность чередования элементов). Обсуждаются свойства четных и нечетных чисел (сумма двух чисел одинаковой четности четна, сумма двух чисел разной четности нечетна, произведение четно тогда и только тогда, когда четным является один из множителей; переход к более сложным свойствам – четность или нечетность суммы нечетного количества нечетных слагаемых, обобщенные понятия – числа одинаковой и разной четности). Знание свойств закрепляется при решении задач на соответствия, на разбиения на пары, на чередования. Разбираются простейшие задачи на раскраску, на разбиение чисел. В ходе решения и обсуждения задач закрепляется понимание разницы между частными и общими случаями, примером и доказательством. |
| ***Делимость и остатки*** | **4** | Делимость и делители, кратность. Простые и составные числа. Разложение на простые множители.Общие делители, взаимно простые числа. Признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10. | В ходе занятий по данной теме учащиеся исследуют основные свойства делимости (арифметические свойства делимости на одно число – сумма и разность чисел одинаковой одномодульной делимости, произведение, в котором один из множителей делится на данное число), закрепляется навык поиска делителей натурального числа, исследуются основные свойства простых и составных чисел, делимости на простое число. При решении задач развиваются навыки поиска общих делителей чисел, приобретаются умения использования разложения на простые множители для анализа делимости чисел. Учащиеся повторяют простейшие признаки делимости, закрепляют навык их использования для эффективного поиска делителей числа и разложения натурального числа на простые множители. Осваивается умение обоснования признаков делимости на различные числа, формируются навыки поиска контрпримеров к неверным признакам. Полученные навыки закрепляются при решении практических задач. |
| ***Принцип Дирихле*** | **3** | Принцип Дирихле: общее представление. Обобщенный вариант принципа Дирихле. Принцип Дирихле в арифметических задачах. | Учащиеся получают представление о простом и обобщенном принципе Дирихле, отрабатывают умение преобразовывать интуитивные предпосылки в форму строгого математического доказательства. Дополнительно повторяются общие методы и схемы доказательств: доказательство от противного, оценка и пример; обсуждаются возможности неконструктивных доказательств существования объектов (на примере решения задач на доказательство существования чисел с определенными свойствами), развивается умение различать условие задачи (посылку) и заключение (вывод), формируется понимание отличие интуитивных выводов и суждений от строгих доказательств. В ходе изучения данной темы повторяются свойства делимости и остатков, которые органично используются как этапы доказательств и решений задач.  |
| ***Клетчатые доски и таблицы*** | **4** | Примеры и контрпримеры в таблицах. Задачи на оптимизацию на клетчатых досках. Комбинаторные задачи на клетчатых досках. Идеи инвариантов для клетчатых досок и таблиц | Рассматривается набор математических задач, в которых объекты (числа, метки, фишки или знаки) располагаются в ячейках таблицы или в полях клетчатой доски. На примере таблиц и клетчатых досок рассматриваются различные оптимизационные задачи (например, нахождение максимального или минимального количества фишек или каких-либо иных объектов, при котором выполняется некоторое заданное свойство) – при этом рассматриваются примеры задач на построение точных оценок (задачи типа «оценка плюс пример» – синтез логического обоснования и конструирования). Допустимо рассмотреть различные варианты расположения шахматных фигур или новых фигур, «по мотивам шахматных». Также на примере некоторых задач с таблицами и досками возможно рассмотрение некоторой разновидности идеи инварианта – независимости значения некоторой величины от способа подсчета (например, по строкам и столбцам), а также ознакомить с идеей окраски таблиц и клетчатых досок для рассмотрения простейших инвариантов, связанных с окраской. |
| ***Алгоритмы и операции*** | **3** | Задачи на взвешивание. Задачи на переливание. Процессы и операции | Учащиеся на примере алгоритмических задач на взвешивание и переливание приобретают опыт образного и предметно-манипулятивного конструирования. На примере заданий на построение наиболее оптимального (по количеству действий) алгоритма рассматриваются идеи сравнения трудоемкости алгоритмов, важные при дальнейшем изучении информатики и программирования. В том случае, если учащиеся уже рассмотрели до этого идеи инвариантов (в соответствующем тематическом учебном модуле), допускается изучение возможности или невозможности получения необходимого результата с помощью допустимых операций. |
| ***Множества и основы комбинаторики*** | **4** | Понятие множества. Элементы множества. Задание множеств. Равенство множеств. Теоретико-множественная нотация. Объединение, пересечение, дополнение множеств. Диаграммы Эйлера-Венна. Понятие варианта, комбинации, основные способы их перебора.Дерево возможных вариантов.Правила сложения и умножения вариантов. | Учащимся вводится понятие множества, описываются общие свойства множеств, возможные варианты задания (описания) множеств, вводятся основные операции над множествами. Отдельно сделать упор на формальном способе записи множеств и операций над ними (теоретико-множественная нотация). В качестве наглядной иллюстрации введенных понятий используются диаграммы Эйлера-Венна; учащиеся самостоятельно строят такие диаграммы при решении задач на подсчет элементов в множествах. При изучении данного раздела (в части, относящейся к основам теории множеств) учащимся вводятся те понятия, которые в дальнейшем используются практически во всех разделах математики. В практической части данного тематического раздела учащимся демонстрируется необходимость полного рассмотрения вариантов в переборных задачах, обсуждаются общие черты некоторых переборных задач и задач на подсчет количества комбинаций. Обсуждаются способы подсчета комбинаций без их непосредственного нахождения. Особое внимание удаляется изучению правил сложения и умножения вероятностей, формируется умения правильно применять данные законы, что закрепляется при решении практических задач.  |
| ***Введение в геометрию*** | **3** | Основные геометрические понятия. Разрезания. Равносоставленность фигур. Длины, расстояния, площади.Неравенство треугольника. | Учащиеся кратко, во многом на интуитивном уровне, знакомятся с некоторыми геометрическими понятиями и свойствами. При решении задач на разрезание учащиеся по большей части работают самостоятельно, задачи предлагаются в порядке последовательного усложнения. Сравнение площадей многоугольников рассматривается с помощью идеи равносоставленности. Неравенство треугольника иллюстрируется интуитивной геометрической интерпретацией («путь по прямой короче, чем по ломаной (не по прямой)»). Возможно решение оптимизационных задач с использованием неравенства треугольника, в этом случае особое внимание уделяется наличию в решении двух обязательных составляющих: оценки и примера. |
| ***Математические соревнования*** | **1** | Решение и анализ задач математических соревнований, олимпиад, турниров.Проведение соревнований. | Ознакомление с правилами математических олимпиад, аукционов, карусели, регаты, абаки. Допускается разбор материала темы (проведение математических соревнований) в течение года. Учащиеся последовательно знакомятся с правилами личных и командных математических соревнований в процессе участия в них |

**Календарно-тематический план 1 год обучения**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| число | №п/п | тема |
| план | факт |
| ***Общие принципы решения математических задач (4 часа)*** |
| 6.09 |  | 1 | Ситуации, их анализ. Логический вывод.  |
| 13.09 |  | 2 | Предположения, метод от противного.  |
| 20.09 |  | 3 | Перебор возможностей.  |
| 27.09 |  | 4 | Примеры и контрпримеры. |
| ***Логика (5 часов)*** |
| 4.10 |  | 5 | Высказывания, их истинность и ложность. Операции над высказываниями.  |
| 11.10 |  | 6 | Логический вывод, предположения, противоречия, метод от противного. |
| 18.10 |  | 7 | Полный перебор возможностей. |
| 25.10 |  | 8 | Метод предположений. Правила логического вывода.  |
| 8.11 |  | 9 | Упорядочение перебора вариантов: деревья вариантов, таблицы истинности. |
| ***Четность и чередование (3 часа)*** |
| 15.11 |  | 10 | Чередование.  |
| 22.11 |  | 11 | Четные и нечетные числа. Свойства четных и нечетных чисел. |
| 29.11 |  | 12 | Разбиение на пары, соответствия |
| ***Делимость и остатки (4 часа)*** |
| 6.12 |  | 13 | Делимость и делители, кратность. Простые и составные числа.  |
| 13.12 |  | 14 | Разложение на простые множители.  |
| 20.12 |  | 15 | Общие делители, взаимно простые числа.  |
| 27.12 |  | 16 | Признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10. |
| ***Принцип Дирихле (3 часа)*** |
| 10.01 |  | 17 | Принцип Дирихле: общее представление.  |
| 17.01 |  | 18 | Обобщенный вариант принципа Дирихле. |
| 24.01 |  | 19 | Принцип Дирихле в арифметических задачах. |
| ***Клетчатые доски и таблицы (4 часа)*** |
| 31.01 |  | 20 | Примеры и контрпримеры в таблицах.  |
| 7.02 |  | 21 | Задачи на оптимизацию на клетчатых досках. |
| 14.02 |  | 22 | Комбинаторные задачи на клетчатых досках.  |
| 21.02 |  | 23 | Идеи инвариантов для клетчатых досок и таблиц |
| ***Алгоритмы и операции (3 часа)*** |
| 24.02 |  | 24 | Задачи на взвешивание.  |
| 7.03 |  | 25 | Задачи на переливание. |
| 14.03 |  | 26 | Процессы и операции |
| ***Множества и основы комбинаторики (4 часа)*** |
| 21.03 |  | 27 | Понятие множества. Элементы множества. Задание множеств. Равенство множеств. |
| 4.04 |  | 28 | Теоретико-множественная нотация. Объединение, пересечение, дополнение множеств.  |
| 11.04 |  | 29 | Диаграммы Эйлера-Венна. Понятие варианта, комбинации, основные способы их перебора. |
| 18.04 |  | 30 | Дерево возможных вариантов. Правила сложения и умножения вариантов. |
| ***Введение в геометрию (3 часа)*** |
| 25.04 |  | 31 | Основные геометрические понятия. Разрезания.  |
| 2.05 |  | 32 | Равносоставленность фигур. Длины, расстояния, площади. |
| 9.05 |  | 33 | Неравенство треугольника. |
| ***Математические соревнования (1 час)*** |
| 16.05 |  | 34 | Математические соревнования |

**Содержание курса 2 год обучения**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Наименование раздела** | **Кол-во часов** | **Содержание раздела** | **Основные виды учебной деятельности** |
| ***Общие принципы решения математических задач*** | **3** | Полный перебор возможностей.Примеры и контрпримеры.Предположения, получение противоречия. Метод доказательства от противного. | Учащиеся повторяют с общие (общематематические) принципы решения математических задач, закрепляют понимание важности обоснования математических утверждений, приобретают опыт образного и предметно-манипулятивного конструирования. Большое внимание уделяется решению задач на перебор случаев (ситуаций), выдвижение предположений, логический вывод и приведение к противоречию. Предлагаются задачи на полный перебор ситуаций, на конструирование примеров и контрпримеров, на логический вывод и логическое обоснование выдвигаемых гипотез. |
| ***Текстовые задачи*** | **3** | Текстовые задачи на движение.Текстовые задачи на работу.Текстовые задачи на процессы и операции. | Данный раздел во многом дополняет повторение общих принципов решения задач: предлагаются задачи без явно выраженной общей идеи решения, в которых применяются общематематические идеи, методы, подходы. На занятиях с шестиклассниками или в группах с большим количеством новых участников рекомендуется рассмотрение текстовых задач, типичных (по структуре) для стандартного школьного курса – на движение, на работу, на подсчет объектов. В любом случае минимизировать количество задач, в которых предполагается совершенно стандартный ход или алгоритм решения.  |
| ***Логика*** | **4** | Логический вывод, предположения, противоречия, метод от противного. Операции над высказываниями, свойства операций. Правила логического вывода. Упорядочение перебора вариантов: деревья вариантов, таблицы истинности. | Повторяются основные приемы работы с логическими конструкциями, такими как следствие, равносильность, необходимость, достаточность, существование, всеобщность. Логические понятия, связки, схемы рассуждения, общие принципы решения задач и доказательств, изученные ранее, закрепляются при решении практических задач. Рекомендуется большее внимание (по сравнению с изучением аналогичной темы в предыдущем учебном году) уделить письменному изложению решений. Правила корректного логического вывода закрепляются при решении и обсуждении логических задач. Можно формально изложить основные положения алгебры логики, но без какого-либо упора на терминологию: на примерах показать, как условие задачи переводится на формальный логический язык, продемонстрировать операции над высказываниями (конъюнкция, дизъюнкция, отрицание), обсудить их свойства, показать способы обоснования логических утверждений и упорядочения перебора вариантов (построение таблицы истинности). |
| ***Основы теории чисел: делимость и остатки*** | **5** | Делимость и делители, кратность. Простые и составные числа. Разложение на простые множители. Основная теорема арифметики.Общие делители. Взаимно простые числа. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Алгоритм Евклида. Остатки от деления. Арифметические свойства остатков. Основы систем счисления. | Учащиеся повторяют основные понятия, связанные с делимостью целых чисел, закрепляют понимание базовых свойств делимости. Особое внимание следует обратить на разложение составных чисел на простые множители, на основную теорему арифметики (о существовании и единственности разложения на простые множители). При решении задач учащиеся повторяют простейшие признаки делимости, закрепляют навык их использования для эффективного поиска делителей числа и разложения натурального числа на простые множители. Закрепляются навыки поиска общих делителей чисел, предлагается алгоритмЕвклида для нахождения НОД. Свойства остатков сначала демонстрируются на арифметических примерах, после этого важно провести строгое доказательство используемых свойств, на их примере также продемонстрировав и структуру доказательства теоретико-числовых свойств, и способ записи доказательств. Также важно уделить внимание свойству цикличности остатков при возведении целых чисел в степень, а также изучению свойств остатков от деления квадратов, кубов и других степеней натуральных чисел на 3, 4 и прочие делители. |
| ***Арифметические неравенства*** | **2** | Сравнение чисел. Числовые неравенства, их основные свойства | На примере задач на сравнение целых чисел и арифметических выражений учащимся демонстрируются основные свойства алгебраических неравенств (в первую очередь транзитивность, а также возможность складывать или перемножать неравенства при соблюдении некоторых условий). При изучении свойств неравенств полезно также продемонстрировать или попросить учащихся построить контрпримеры, показывающие недопустимость переноса некоторых свойств равенств на неравенства (например, для демонстрации недопустимости вычитания неравенств), а также невыполнимость некоторых арифметических свойств неравенств при неполном соблюдении условий для выполнения соответствующего свойства. |
| ***Принцип Дирихле*** | **3** | Принцип Дирихле в арифметических задачах. Принцип Дирихле в комбинаторных задачах. Принцип Дирихле в теории чисел. | При изучении (повторении) данной темы рекомендуется упор сделать в первую очередь на решении задач и обсуждении особенностей применения принципа Дирихле (если этого не сделали учащиеся, то после предоставленного решения обсудить, что в конкретном решении задачи является «кроликами», а что – «клетками»). При решении арифметических и теоретико-числовых задач с использованием принципа Дирихле повторяются свойства делимости и остатков, которые органично используются как этапы доказательств и решений задач.  |
| ***Теория игр*** | **3** | Стратегии, выигрышная стратегия, правильная игра. Игры на клетчатой доске. Симметричные стратегии. Выигрышные позиции, поиск и анализ выигрышных позиций с конца. | Учащиеся по предыдущему году обучения уже знакомы с понятием математической антагонистической игры, выигрышной стратегии, правильной игры. Поэтому при работе с данным тематическим разделом приоритетнее уделить особое внимание изучению методов целенаправленного поиска выигрышных стратегий. В первую очередь можно рассмотреть серию задач на поиск симметричных стратегий (как в прямом – геометрическом – смысле, так и в переносном – в виде дополнения объектов до определенного количества). Интересно обратить внимание на задачи, где при незначительном изменении условия перестает работать уже найденная симметричная стратегия, зато возникает другой вид симметрии и соответствующая выигрышная стратегия. Особенно важно обращать внимание учащихся на необходимость обоснования двух важных составных частей найденной стратегии: возможности для игрока действительно совершать ходы, предусмотренные выбранной стратегией (избегая при этом ошибки, когда соперник неявно «подыгрывает» игроку, возможно мотивируя это «наиболее удобным» вариантом сделать ответный ход). В качестве достаточно универсального средства поиска выигрышных стратегий следует обратить внимание учащихся на понятие выигрышной позиции и метод анализа выигрышных «с конца». Наиболее наглядно данный метод демонстрируется на примере игровых задач на шахматной доске.  |
| ***Основы теории графов*** | **3** | Графы как математическая модель. Основные понятия теории графов. Связность графов, компоненты связности. Степени вершин и закономерности, связанные с ними. | Обсуждается эффективность представления связанной с задачей системы в схематической форме с помощью графов. На примерах иллюстрируется способ представления объектов задачи и взаимосвязей между ними в виде вершин и ребер графа, обсуждается возможность существования общих способов решения конкретных задач при их интерпретации в виде графовых моделей. Вводятся основные определения теории графов (вершины, ребра, смежность, инцидентность, путь). Введенные понятия развернуто иллюстрируются на конкретных примерах, отрабатывается умение идентифицировать объекты с вершинами и рассматриваемые связи с ребрами, интерпретировать задачу в терминологии теории графов. |
| ***Комбинаторика*** | **3** | Основные правила подсчета количества комбинаций. Схемы комбинаторного выбора: перестановки, размещения, сочетания. Свойства перестановок и сочетаний. | Учащимся демонстрируется необходимость полного рассмотрения вариантов в переборных задачах, обсуждаются общие черты некоторых переборных задач и задач на подсчет количества комбинаций. Обсуждаются способы подсчета комбинаций без их непосредственного нахождения. Особое внимание удаляется изучению правил сложения и умножения вероятностей, формируется умения правильно применять данные законы. Способ подсчета перестановок предварительно демонстрируется на простейших задачах с использованием полного перебора, после чего на задачах с большим количеством элементов обсуждается неконструктивный способ подсчета количества комбинаций, в результате выводится общая формула подсчета количества перестановок, навык использования, которых закрепляется при решении задач. |
| ***Введение в геометрию*** | **2** | Длины, расстояния, площади. Неравенство треугольника. | Участники кружка работают с задачами на разрезание, на понятие равновеликих и равносоставленных фигур (при этом полезно ознакомить учащихся с методом сравнения площадей плоских фигур с помощью идей равносоставленности). Полезно обратить особое внимание на геометрические задачи, доказательство в которых производится с помощью неравенства треугольника.  |
| ***Инвариант*** | **2** | Инварианты, связанные с четностью, делимостью и остатками. Инварианты, связанные с раскраской и разбиениями нагруппы. | Повторяется основная идея доказательства математических утверждений с помощью инвариантов, закрепляется навык поиска инвариантов в изменяющейся системе, выбора из них необходимого для решения поставленной задачи. Решение задач на инварианты, связанные с делимостью и остатками, также полезно для закрепления соответствующих понятий, свойств и закономерностей в тематическом блоке «Основы теории чисел». При решении задач на исследование инвариантов, связанных с раскраской, учащиеся повторяют различные виды раскрасок и разбиения на группы (шахматные раскраски, раскраски в три или большее количество цветов, диагональные раскраски), приобретают опыт применения идеи инварианта в различных ситуациях.  |
| ***Математические соревнования*** | **1** | Решение и анализ задач математических соревнований, олимпиад, турниров. Проведение соревнований. | Ознакомление с правилами математических олимпиад, аукционов, карусели, регаты, абаки. Допускается разбор материала темы (проведение математических соревнований) в течение года. Учащиеся последовательно знакомятся с правилами личных и командных математических соревнований в процессе участия в них |

**Календарно-тематический план 2 год обучения**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| число | №п/п | тема |
| план | факт |
| ***Общие принципы решения математических задач (3 часа)*** |
| 3.09 |  | 1 | Полный перебор возможностей.Примеры и контрпримеры. |
| 10.09 |  | 2 | Предположения, получение противоречия.  |
| 17.09 |  | 3 | Метод доказательства от противного. |
| ***Текстовые задачи (3 часа)*** |
| 24.09 |  | 4 | Текстовые задачи на движение. |
| 1.10 |  | 5 | Текстовые задачи на работу. |
| 8.10 |  | 6 | Текстовые задачи на процессы и операции. |
| ***Логика (4 часа)*** |
| 15.10 |  | 7 | Логический вывод, предположения, противоречия, метод от противного.  |
| 22.10 |  | 8 | Операции над высказываниями, свойства операций. |
| 5.11 |  | 9 | Правила логического вывода. |
| 12.11 |  | 10 | Упорядочение перебора вариантов: деревья вариантов, таблицы истинности. |
| ***Основы теории чисел: делимость и остатки (5 часов)*** |
| 19.11 |  | 11 | Делимость и делители, кратность. Простые и составные числа. Разложение на простые множители.  |
| 26.11 |  | 12 | Основная теорема арифметики. Общие делители. Взаимно простые числа. |
| 3.12 |  | 13 | Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Алгоритм Евклида. |
| 10.12 |  | 14 | Остатки от деления. Арифметические свойства остатков. |
| 17.12 |  | 15 | Основы систем счисления. |
| ***Арифметические неравенства (2 часа)*** |
| 24.12 |  | 16 | Сравнение чисел.  |
| 14.01 |  | 17 | Числовые неравенства, их основные свойства |
| ***Принцип Дирихле (3 часа)*** |
| 21.01 |  | 18 | Принцип Дирихле в арифметических задачах.  |
| 28.01 |  | 19 | Принцип Дирихле в комбинаторных задачах. |
| 4.02 |  | 20 | Принцип Дирихле в теории чисел. |
| ***Теория игр (3 часа)*** |
| 11.02 |  | 21 | Стратегии, выигрышная стратегия, правильная игра.  |
| 18.02 |  | 22 | Игры на клетчатой доске. Симметричные стратегии. |
| 25.02 |  | 23 | Выигрышные позиции, поиск и анализ выигрышных позиций с конца. |
| ***Основы теории графов (3 часа)*** |
| 3.03 |  | 24 | Графы как математическая модель. Основные понятия теории графов.  |
| 10.03 |  | 25 | Связность графов, компоненты связности. |
| 17.03 |  | 26 | Степени вершин и закономерности, связанные с ними. |
| ***Комбинаторика (3 часа)*** |
| 31.03 |  | 27 | Основные правила подсчета количества комбинаций.  |
| 7.04 |  | 28 | Схемы комбинаторного выбора: перестановки, размещения, сочетания. |
| 14.04 |  | 29 | Свойства перестановок и сочетаний. |
| **Введение в геометрию (2 часа)** |
| 21.04 |  | 30 | Длины, расстояния, площади.  |
| 28.04 |  | 31 | Неравенство треугольника. |
| ***Инвариант (2 часа)*** |
| 5.05 |  | 32 | Инварианты, связанные с четностью, делимостью и остатками.  |
| 12.05 |  | 33 | Инварианты, связанные с раскраской и разбиениями на группы. |
| ***Математические соревнования (1 час)*** |
| 19.05 |  | 34 | Математические соревнования |

**Содержание курса 3 год обучения**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Наименование раздела** | **Кол-во часов** | **Содержание раздела** | **Основные виды учебной деятельности** |
| ***Общие принципы решения математических задач*** | **4** | Примеры и контрпримеры. Задачи типа «оценка плюс пример». Принцип Дирихле. Введение в принцип крайнего. | Общематематические принципы применяются для решения широкого класса задач из различных разделов математики. Для закрепления навыков использования общих методов предлагаются задачи на перебор ситуаций, метод доказательства от противного, оптимизационные задачи типа «оценки плюс пример», сочетающие в себе обоснование ограничений и конструирование примеров. Принцип Дирихле, изучаемый ранее в рамках самостоятельного тематического раздела, включается в число общематематических методов и применяется для широкого класса математических задач по алгебре, теории чисел, комбинаторики. Принцип крайнего, основанный на рассмотрении «крайних» объектов (самого большого или самого маленького числа из предложенного набора, наиболее удаленные точки, фигуру с самой большой площадью, человека с наибольшим числом знакомых, и так далее) сразу вводится как универсальный метод, которых может быть эффективно применен при решении задач различной тематики. |
| ***Алгебра*** | **3** | Доказательство тождеств. Решение уравнений: разложение на множители, замена переменной, выделение полного квадрата. | Этот тематический раздел, с одной стороны, является дополнительным к школьному курсу алгебры за 7 или за 7-8 класс, однако должен обеспечить необходимую техническую базу для других разделов программы 3 года обучения. Сформированный навык доказательства алгебраических тождеств в дальнейшем потребуется в ходе решения уравнений в целых числах, проведении индукционных переходов в разделе, посвященном математической индукции. Разложение на множители и выделение полного квадрата помимо этого будут основными инструментами при доказательстве числовых неравенств. Также отметим, что данную тему удобно использовать как своеобразный переход от привычного изложения в рамках изучения школьной программы к разнообразным разделам дополнительной образовательной программы. |
| ***Теория чисел*** | **4** | Свойства остатков от деления. Арифметика остатков. Системы счисления. Наибольший общий делитель, алгоритм Евклида. Уравнения в целых числах. | Учащиеся повторяют основные понятия, связанные с делимостью целых чисел, освоенные в течение первых двух лет обучения. Особое внимание следует уделить повторению свойств остатков при арифметических операциях над числами, уделяя особо внимание структуре доказательства теоретико-числовых свойств через перебор остатков, цикличность остатков при возведении в степень, а также с использованием свойств остатков от деления квадратов, кубов и других степеней натуральных чисел на 3, 4 и прочие делители. Удобно будет разобрать с учащимися способ записи доказательств данных свойств через построение таблиц остатков. В том случае, если при освоении программы 2 года обучения с учащимися не разбиралась или разбиралась недостаточно подробно тема, связанная с позиционными системами счисления, будет полезно разобрать ее сейчас: разобрать особенности позиционных систем счисления, алгоритмы перевода чисел из десятичной системы счисления в другую позиционную систему счисления и обратно. Закрепляются навыки поиска общих делителей чисел, предлагается алгоритм Евклида для нахождения НОД. Если в предыдущий год алгоритм Евклида не обосновывался, необходимо строго доказать его, продемонстрировав основные свойства общих делителей чисел. Со школьниками любого возраста будет интересно разобрать геометрическую интерпретацию алгоритма Евклида (нахождение наиболее длинного отрезка, укладывающегося целое число раз в два заданных). Навыки нахождения НОД с помощью алгоритма Евклида полезно закрепить решением задач на обоснование несократимости дробей заданного вида.В качестве введения в основные методы решения уравнений в целых числах (равно как и в само понятие уравнения в целых числах) рекомендуется предложить метод разложения на множители и перебора делителей. Обоснование отсутствия решения уравнения в целых числах также можно продемонстрировать на примере анализа остатков от деления (например, через обоснование того, что левая и правая часть уравнения дают при делении на какое-то число разные множества остатков). |
| ***Текстовые задачи*** | **3** | Текстовые задачи на средние значения. Текстовые задачи на проценты. Текстовые задачи без общей идеи. | Данный раздел во многом дополняет повторение общих принципов решения задач, поэтому за счет проведения занятий по решению текстовых задач можно расширить соответствующий тематический раздел. В то же время рекомендуется уделить внимание решению задач на средние значения, иллюстрирующие различные трактовки (определения) средних, их общие и специфические свойства. Здесь же будет интересно рассмотреть задачи на движение, обращая внимание на особенности вычисления средней скорости при неравномерном движении. Текстовые задачи на проценты также могут быть связаны с темой «Теория чисел» – в том случае, если параметры задачи являются целыми числами, то решение иногда может быть сведено к рассмотрению уравнений в целых числах. |
| ***Неравенства*** | **4** | Числовые (арифметические) неравенства. Основные свойства неравенств. Разложение на множители для доказательства неравенств. Выделение полных квадратов для доказательства неравенств. | Основные свойства алгебраических неравенств (транзитивность, алгебраические свойства – условия, при которых сохраняются или меняются знаки неравенства при выполнении арифметических операций) будет удобно повторить на примере сравнения числовых арифметических выражений. Для доказательства алгебраических неравенств рекомендуется продемонстрировать подходы, связанные с разложением выражения на множители и перебором вариантов расстановки знаков. Ознакомиться также методом доказательства неравенств и нахождения наибольших/наименьших значений, основанным на выделении полного квадрата в алгебраическом выражении. |
| ***Геометрия*** | **4** | Неравенство треугольника. Признаки равенства треугольника. Свойства треугольника и параллелограмма. Дополнительные построения. Площади и её свойства | Сделать упорна неравенстве треугольника, а в дальнейшем ориентироваться на текущую программу школьного курса планиметрии. В этом случае можно предлагать либо подразделы по уже пройденной в средней школе тематике, либо двигаясь с некоторым опережением (в этом случае необходимые факты можно предложить доказывать самостоятельно). Необходимо сделать упор на строгих математических доказательствах свойств фигур (здесь уместнее будут задачи на доказательство, нежели на вычисление длин, площадей и углов). При доказательстве свойств на занятиях полезно вводить дополнительные ограничения на используемую фактологическую базу (например, предлагать задачи на доказательство, но не разрешать использовать признаки подобия). Также важное внимание следует уделить геометрической технике: закреплению навыков счёта углов, умений использовать свойства равных треугольников и замечательных линий треугольников. |
| ***Комбинаторика*** | **3** | Правила сложения и умножения вариантов.Классические комбинаторные схемы: сочетания без повторений, размещения с повторениями и без повторений, перестановки без повторений.Свойства биномиальных коэффициентов.Треугольник Паскаля. | В первую очередь необходимо повторить с учащимися правила сложения и умножения вероятностей, в дальнейшем сделать упор на классических комбинаторных схемах. Если данный тематический раздел вызывает затруднения у обучающихся, изучение схем комбинаторного выбора необходимо предварить вычислением соответствующих комбинаций с помощью правила умножения или с помощью структурированного перебора. Например, при изучении размещений с повторениями или без повторений можно с помощью правила произведения решить несколько задач на нахождение количества способов выбора упорядоченного подмножества из заданного множества, а затем ввести общую формулу для числа размещений. При введении формулы для числа сочетаний рекомендуется сначала вычислить количество соответствующих размещений (количество способов выбора упорядоченного набора) 2 или 3 элементов, а потом обсудить, какое лишнее количество раз при этом будет подсчитана каждая комбинация из выбранных элементов, если порядок теперь не учитывать. Аналогично и с остальными комбинаторными схемами.Обоснование свойств биномиальных коэффициентов (чисел сочетаний) имеет смысл параллельно проводить доказательство двумя подходами: алгебраическим (используя явную формулу для числа сочетаний) и комбинаторным (рассматривая соответствующую формулу как количество способов выбора объектов определенным образом). Интересным приложением изученных свойств может быть описание построения треугольника Паскаля (школьникам также можно предложить сопоставить построенные элементы треугольника Паскаля с вычисленными по формуле). |
| ***Теория графов*** | **4** | Основные понятия теории графов.Изоморфизм графов.Пути и циклы в графе. Теорема Эйлера.Деревья и их свойства. | Актуализируются знания основных понятий теории графов (вершины, ребра, степени вершин, связность, пути, циклы), а также базовые свойства (в том числе лемма о рукопожатиях). Введенные ранее понятия развернуто иллюстрируются на конкретных примерах, отрабатывается умение идентифицировать объекты с вершинами и рассматриваемые связи с ребрами, интерпретировать задачу в терминологии теории графов.Вводится понятие изоморфизма графов. Обращается внимание на топологические свойства графов – в данном контексте под этим понимается независимость ключевых свойств графов от их представления в виде чертежа. Предлагаются задания на построение графов по заданному набору степеней вершин или на обоснование того, что таких графов нет. Также полезными будут задания на перечисление попарно неизоморфных графов для небольшого количества вершин, а также построение изоморфизма междуграфами.При изучении путей и циклов в графе рекомендуется предложить задачи на обоснование связности графов, обоснование наличия путейопределенного вида (например, циклов или путей, проходящих по всем вершинам). Здесь же можно ознакомить с понятием эйлерова пути и эйлеровацикла – ввести эти понятия можно через задачи, в которых предлагается нарисовать фигуру из линий, не отрывая карандаша от бумаги. Теорему Эйлера о существовании эйлерова пути или цикла можно не доказывать, обосновав лишь необходимость условия на степени вершин (можно это сделать, используя соображения типа «сколько раз заходим в промежуточную вершину, столько раз и должны выйти из неё»). |
| ***Метод математической индукции*** | **4** | Классическая схема математической индукции. От последовательного конструирования до индукции. Индукция для доказательства тождеств и неравенства.Индукция в графах. | Пропедевтический этап формирования представлений о математической индукции как методе решения задач рекомендуется построить на основе последовательного построения конструкций: от построения нескольких примеров с небольшим количеством составных частей (слагаемых, фигурок при разрезании, закрашенных клеток и так далее) перейти к идее обоснования того, что такой пример можно построить для любого количества составляющих. В дальнейшем даже при рассмотрении строгой схемы математической индукции (с обоснованием базы индукции и индукционного перехода) полезно обосновать требуемое утверждение для небольших значений параметра задачи, желательно используя в доказательстве доказательства уже доказанные утверждения для меньших значений параметра.В любом случае важно ввести метод математической индукции как универсальный (общематематический) метод решения задач. Для этого необходимо продемонстрировать возможность применения данного метода в различных областях математики: при доказательстве числовых тождеств и неравенств, при решении комбинаторных задач, при доказательстве некоторых свойств графов. Доказательство тождеств и неравенств с помощью метода математической индукции рекомендуется проводить после того, как на занятии пройдёт занятие, посвященное алгебраическим преобразованиям. |
| ***Математические соревнования*** | **1** | Решение и анализ задач математических соревнований, олимпиад, турниров.Проведение соревнований. | Ознакомление с правилами математических олимпиад, аукционов, карусели, регаты, абаки, домино, крестиков-ноликов.Допускается разбор материала темы (проведение математических соревнований) в течение года. Учащиеся последовательно знакомятся с правилами личных и командных математических соревнований в процессе участия в них. |

**Календарно-тематический план 3 год обучения**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| число | №п/п | тема |
| план | факт |
| ***Общие принципы решения математических задач (4 часа)*** |
| 3.09 |  | 1 | Примеры и контрпримеры.  |
| 8.09 |  | 2 | Задачи типа «оценка плюс пример». |
| 15.09 |  | 3 | Принцип Дирихле. |
| 22.09 |  | 4 | Введение в принцип крайнего |
| ***Алгебра (3 часа)*** |
| 29.09 |  | 5 | Доказательство тождеств.  |
| 7.10 |  | 6 | Решение уравнений: разложение на множители, замена переменной. |
| 14.10 |  | 7 | Решение уравнений: выделение полного квадрата |
| ***Теория чисел (4 часа)*** |
| 21.10 |  | 8 | Свойства остатков от деления. Арифметика остатков.  |
| 5.11 |  | 9 | Системы счисления. |
| 12.11 |  | 10 | Наибольший общий делитель, алгоритм Евклида. |
| 19.11 |  | 11 | Уравнения в целых числах |
| ***Текстовые задачи (3 часа)*** |
| 26.11 |  | 12 | Текстовые задачи на средние значения.  |
| 3.12 |  | 13 | Текстовые задачи на проценты. |
| 10.12 |  | 14 | Текстовые задачи без общей идеи. |
| ***Неравенства (4 часа)*** |
| 17.12 |  | 15 | Числовые (арифметические) неравенства.  |
| 24.12 |  | 16 | Основные свойства неравенств. |
| 14.01 |  | 17 | Разложение на множители для доказательства неравенств. |
| 21.01 |  | 18 | Выделение полных квадратов для доказательства неравенств. |
| ***Геометрия (4 часа)*** |
| 28.01 |  | 19 | Неравенство треугольника. Признаки равенства треугольника. |
| 4.02 |  | 20 | Свойства треугольника и параллелограмма.  |
| 11.02 |  | 21 | Дополнительные построения. |
| 18.02 |  | 22 | Площади и её свойства. |
| ***Комбинаторика (3 часа)*** |
| 25.02 |  | 23 | Правила сложения и умножения вариантов.  |
| 4.03 |  | 24 | Классические комбинаторные схемы: сочетания без повторений, размещения с повторениями и без повторений, перестановки без повторений.  |
| 11.03 |  | 25 | Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля. |
| ***Теория графов (4 часа)*** |
| 18.03 |  | 26 | Основные понятия теории графов. Изоморфизм графов.  |
| 1.04 |  | 27 | Пути и циклы в графе.  |
| 8.04 |  | 28 | Теорема Эйлера. |
| 15.04 |  | 29 | Деревья и их свойства. |
| ***Метод математической индукции (4 часа)*** |
| 22.04 |  | 30 | Классическая схема математической индукции. |
| 29.04 |  | 31 | От последовательного конструирования до индукции. |
| 6.05 |  | 32 | Индукция для доказательства тождеств и неравенства |
| 13.05 |  | 33 | Индукция в графах. |
| ***Математические соревнования (1 час)*** |
| 20.05 |  | 34 | Математические соревнования |